

ĐỀ 11

Câu 1 (NB) Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là

A. C_{10}^3 .

B. 10^3 .

C. A_{10}^3 .

D. A_{10}^7 .

GiảiSố tam giác là C_{10}^3 **Chọn A**

Câu 2 (NB) Cho một cấp số cộng có $u_4 = 2$, $u_2 = 4$. Hỏi u_1 và công sai d bằng bao nhiêu?

A. $u_1 = 6$ và $d = 1$.

B. $u_1 = 1$ và $d = 1$.

C. $u_1 = 5$ và $d = -1$.

D. $u_1 = -1$ và $d = -1$.

Giải

$$u_4 = u_2 + 2d \Rightarrow d = \frac{u_4 - u_2}{2} = -1, \quad u_1 = u_2 - d = 4 - (-1) = 5$$

Chọn C

Câu 3 (NB) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							
	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 0)$.

GiảiHàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ **Chọn C**

Câu 4 (NB) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	1	0	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại:

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = \pm 1$

D. $x = 0$

GiảiHàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$ **Chọn D**

Câu 5 (TH) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$

A. Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Giải

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$

Chọn B

Câu 6 (NB) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = -3$.

C. $y = -1$.

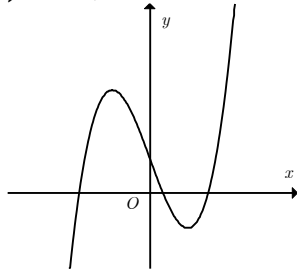
D. $y = -3$.

Giải

Tiệm cận đứng $x = -3$

Chọn B

Câu 7 (NB) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^2 + x - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Giải

Hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$

Chọn D

Câu 8 (TH) Đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2 + 2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A(0; 2)$.

B. $A(2; 0)$.

C. $A(0; -2)$.

D. $A(0; 0)$.

Giải

Đồ thị hàm số đã cắt trục Oy tại điểm $A(0; 2)$

Chọn A

Câu 9 (NB) Cho a là số thực dương bất kì. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

B. $\log(3a) = 3 \log a$.

C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

D. $\log a^3 = 3 \log a$.

Giải

Ta có $\log a^3 = 3 \log a$

Chọn D

Câu 10 (NB) Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$.

A. $y' = 6^x$.

B. $y' = 6^x \ln 6$.

C. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$.

D. $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

Giải

$y' = 6^x \ln 6$

Chọn B

Câu 11 (TH) Cho số thực dương x . Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số x ta được kết quả.

A. $P = x^{\frac{19}{15}}$.

B. $P = x^{\frac{19}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

D. $P = x^{-\frac{1}{15}}$.

Giải

$$P = \sqrt[3]{x^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}} = x^{\frac{5}{3}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{6}}$$

Chọn C

Câu 12 (NB) Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{16}$ có nghiệm là

A. $x = -3$.

B. $x = 5$.

C. $x = 4$.

D. $x = 3$.

Giải

$$2^{x-1} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^{-4} \Leftrightarrow x-1 = -4 \Leftrightarrow x = -3$$

Chọn A

Câu 13 (TH) Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2) = 2$ là

A. $x = 6$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{10}{3}$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Giải

$$\log_4(3x-2) = 2 \Leftrightarrow 3x-2 = 16 \Leftrightarrow x = 6$$

Chọn A

Câu 14 (NB) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$.

B. $6x + \cos x + C$.

C. $x^3 - \cos x + C$.

D. $6x - \cos x + C$.

Giải

$$\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$$

Chọn C

Câu 15 (TH) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$.

B. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^3 + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$.

Giải

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$$

Chọn D

Câu 16 (NB) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 7$, $\int_6^{10} f(x) dx = -1$. Giá trị của

$$I = \int_0^{10} f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 7$.

D. $I = 8$.

Giải

$$I = \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = 7 - 1 = 6$$

Chọn B

Câu 17 (TH) Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1 .D. $\frac{\pi}{2}$.**Giải**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0 + 1 = 1$$

Chọn B

Câu 18 (NB) Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

A. $\bar{z} = -2 + i$.B. $\bar{z} = -2 - i$.C. $\bar{z} = 2 - i$.D. $\bar{z} = 2 + i$.**Giải**Ta có $\bar{z} = 2 - i$ **Chọn C**

Câu 19 (TH) Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. -2 .**Giải**Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 4i$ **Chọn B**

Câu 20 (NB) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1; 2)$.B. $P(-1; 2)$.C. $N(1; -2)$.D. $M(-1; -2)$.**Giải** $z = -1 + 2i$ có điểm biểu diễn là $P(-1; 2)$ **Chọn B**

Câu 21 (NB) Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng.

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Giải

$$V = 2^3 = 8$$

Chọn B

Câu 22 (TH) Cho khối chóp có thể tích bằng $32cm^3$ và diện tích đáy bằng $16cm^2$. Chiều cao của khối chóp đó là

A. $4cm$.B. $6cm$.C. $3cm$.D. $2cm$.**Giải**

$$V = \frac{1}{3} B.h \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3.32}{16} = 6$$

Chọn B

Câu 23 (NB) Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π .B. 48π .C. 36π .D. 4π .**Giải**

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 . h = \frac{1}{3} \pi . 4^2 . 3 = 16\pi$$

Chọn A

Câu 24 (NB) Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a , chiều cao bằng $2a$.

A. $2\pi a^3$.

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Giải

$$V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi \cdot a^3$$

Chọn A**Câu 25 (NB)** Trong không gian, cho $A(2; -3; -6)$, $B(0; 5; 2)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(-2; 8; 8)$.

B. $I(1; 1; -2)$.

C. $I(-1; 4; 4)$.

D. $I(2; 2; -4)$.

GiảiTa có I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $I(1; 1; -2)$ **Chọn B****Câu 26 (NB)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) là

A. $I(-2; 4; -1)$

B. $I(2; -4; 1)$

C. $I(2; 4; 1)$

D. $I(-2; -4; -1)$

GiảiTa có tâm $(2; -4; 1)$ **Chọn B****Câu 27 (TH)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $M(1; -2; 1)$.

B. $N(2; 1; 1)$.

C. $P(0; -3; 2)$.

D. $Q(3; 0; -4)$.

GiảiTa có $N(2; 1; 1)$ thuộc (P) **Chọn B****Câu 28 (NB)** Trong không gian $Oxyz$, tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 7t \\ y = 5 + 4t \\ z = -7 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

A. $\vec{u}_1 = (7; -4; -5)$.

B. $\vec{u}_2 = (5; -4; -7)$.

C. $\vec{u}_3 = (4; 5; -7)$.

D. $\vec{u}_4 = (7; 4; -5)$.

GiảiVector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_4 = (7; 4; -5)$ **Chọn D****Câu 29 (TH)** Một hội nghị có 15 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người vào ban tổ chức. Xác suất để 3 người lấy ra là nam:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{13}{38}$.

C. $\frac{4}{33}$.

D. $\frac{1}{11}$.

Giải

$$n(\Omega) = C_{21}^3 = 1330, \quad n(A) = C_{15}^3 = 455$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{455}{1330} = \frac{13}{38}$$

Chọn B**Câu 30 (TH)** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$. B. $f(x) = x^2 - 4x + 1$. C. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4$. D. $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

GiảiHàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\forall x \quad f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Chọn A

Câu 31 (TH) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tổng $M + m$ bằng:

- A. -27. B. -29. C. -20. D. -5.

Giải

$$M = \max_{[-1; 2]} y = f(0) = 2; \quad m = \min_{[-1; 2]} y = f(-1) = -7$$

$$M + m = 2 - 7 = -5$$

Chọn D

Câu 32 (TH) Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Giải

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10$$

Chọn C

Câu 33 (VD) Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Giải

$$\text{Ta có } \int_0^1 2f(x).dx = 2 \int_0^1 f(x).dx = 2.4 = 8$$

Chọn D

Câu 34 (TH) Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

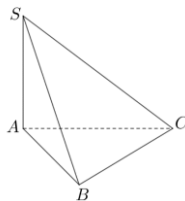
- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{1}{5}$.

Giải

$$\text{Ta có } |z| = |(1 - 2i)^2| = |1 - 2i|^2 = 5 \Rightarrow \left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|} = \frac{1}{5}$$

Chọn D

Câu 35 (VD) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Giải

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

AB là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) , suy ra góc giữa đường thẳng SB và mp (ABC) là góc SBA

$$\text{Tam giác } SAB \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1$$

Suy ra góc SBA bằng 45°

Chọn B

Câu 36 (VD) Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

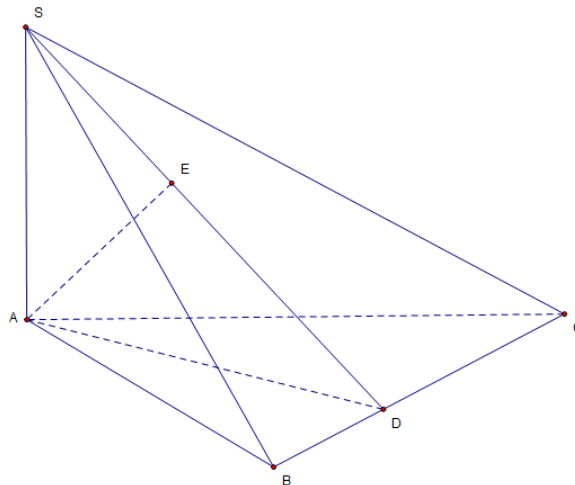
A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$.

D. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.

Giải



Từ A kẻ $AD \perp BC$ mà $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SBC)$ mà $(SAD) \cap (SBC) = SD$

$\Rightarrow$ Từ A kẻ $AE \perp SD \Rightarrow AE \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A; (SBC)) = AE$

Trong $\triangle ABC$ vuông tại A ta có: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{3a^2}$

Trong $\triangle SAD$ vuông tại A ta có: $\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AE = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$

Chọn B

Câu 37 (TH) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 2; 0)$ và đi qua điểm $A(2; -2; 0)$ là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 100$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$. C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 10$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$.

Giải

Ta có: $R = IA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu có dạng: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$.

Chọn D

Câu 38 (TH) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$

B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{4}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$

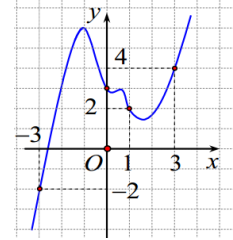
D. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{4}$

Giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$ nên phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Chọn D

Câu 39 (VD) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



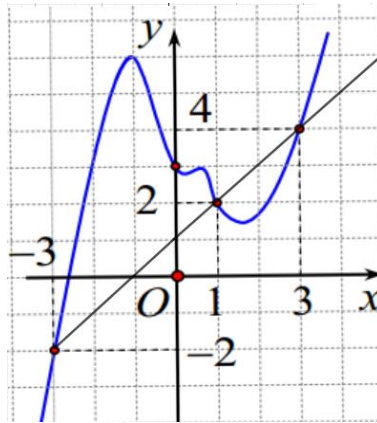
- A. $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$. B. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
 C. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$. D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$.

Giải

Ta có $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$

$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x) - (2x+2) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$. Quan sát trên đồ thị ta có hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $y = x+1$ trên khoảng $(-3; 3)$ là $x = 1$.

Vậy ta so sánh các giá trị $g(-3)$, $g(1)$, $g(3)$



$$\text{Xét } \int_{-3}^1 g'(x) dx = 2 \int_{-3}^1 [f'(x) - (x+1)] dx > 0$$

$$\Leftrightarrow g(1) - g(-3) > 0 \Leftrightarrow g(1) > g(-3).$$

$$\text{Tương tự xét } \int_1^3 g'(x) dx = 2 \int_1^3 [f'(x) - (x+1)] dx < 0 \Leftrightarrow g(3) - g(1) < 0 \Leftrightarrow g(3) < g(1).$$

$$\text{Xét } \int_{-3}^3 g'(x) dx = 2 \int_{-3}^1 [f'(x) - (x+1)] dx + 2 \int_1^3 [f'(x) - (x+1)] dx > 0$$

$$\Leftrightarrow g(3) - g(-3) > 0 \Leftrightarrow g(3) > g(-3). \text{ Vậy ta có } g(1) > g(3) > g(-3).$$

Vậy $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

Chọn B

Chú ý: Có thể lập bảng biến thiên hoặc quan sát trên đồ thị ta có $g'(x) > 0, \forall x \in (-3; 1)$ và $g'(x) < 0, \forall x \in (1; 3)$, suy ra $\max_{[-3; 3]} g(x) = g(1)$.

Chọn B

Câu 40 (VD) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(17 - 12\sqrt{2})^x \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Giải

Ta có

$$(3 - \sqrt{8}) = (3 + \sqrt{8})^{-1}, \quad (17 - 12\sqrt{2}) = (3 - \sqrt{8})^2 = (3 + \sqrt{8})^{-2}.$$

$$\text{Do đó } (17 - 12\sqrt{2})^x \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2} \Leftrightarrow (3 - \sqrt{8})^{2x} \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2} \Leftrightarrow (3 + \sqrt{8})^{-2x} \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2}$$

$$\Leftrightarrow -2x \geq x^2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 0. \text{ Vì } x \text{ nhận giá trị nguyên nên } x \in \{-2; -1; 0\}.$$

Chọn A

Câu 41 (VD) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx + 3 \int_0^1 f(3 - 2x) dx$

- A. $I = \frac{71}{6}$. B. $I = 31$. C. $I = 32$. D. $I = \frac{32}{3}$.

Giải

$$\begin{aligned} I &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx + 3 \int_0^1 f(3 - 2x) dx \\ &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) d(\sin x) - \frac{3}{2} \int_0^1 f(3 - 2x) d(3 - 2x) \\ &= 2 \int_0^1 f(x) dx + \frac{3}{2} \int_1^3 f(x) dx \\ &= 2 \int_0^1 (5 - x) dx + \frac{3}{2} \int_1^3 (x^2 + 3) dx \\ &= 9 + 22 = 31 \end{aligned}$$

Chọn B

Câu 42 (VD) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + \bar{z}$ là số thuần ảo và $|z - 2i| = 1$?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Giải

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ ta có: $(1 + i)z + \bar{z} = (1 + i)(a + bi) + a - bi = 2a - b + ai$.

Mà $(1 + i)z + \bar{z}$ là số thuần ảo nên $2a - b = 0 \Leftrightarrow b = 2a$.

Mặt khác $|z - 2i| = 1$ nên $a^2 + (b - 2)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 + (2a - 2)^2 = 1 \Leftrightarrow 5a^2 - 8a + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = 2 \\ a = \frac{3}{5} \Rightarrow b = \frac{6}{5} \end{cases}$$

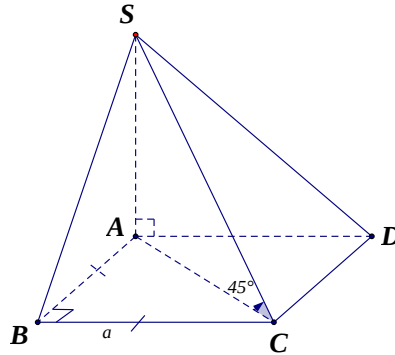
Vậy có 2 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn A

Câu 43 (VD) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Giải

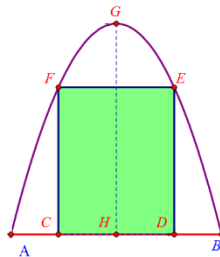


Ta có: góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ là góc $SCA = 45^\circ \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn C

Câu 44 (VD) Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm giá là 1200000 đồng/m², còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/m².

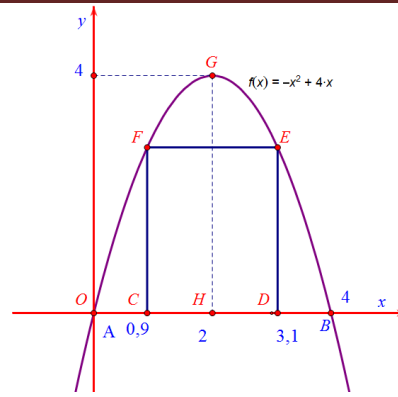


Hỏi tổng chi phí để là hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 11445000 (đồng). B. 7368000 (đồng). C. 4077000 (đồng). D. 11370000 (đồng)

Giải

Dựng hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Gọi phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{Do đó ta có } \begin{cases} c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 2^2 a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Nên phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$

$$\text{Diện tích của cả công là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \approx 10,67(m^2)$$

$$\text{Do vậy chiều cao } CF = DE = f(0,9) = 2,79(m), \quad CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2(m)$$

$$\text{Diện tích hai cánh công là } S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \approx 6,14(m^2)$$

$$\text{Diện tích phần xiên hoa là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = 10,67 - 6,14 = 4,53(m^2)$$

$$\text{Nên tiền là hai cánh công là } 6,14 \cdot 1200000 = 7368000(\text{đ})$$

$$\text{và tiền làm phần xiên hoa là } 4,53 \cdot 900000 = 4077000(\text{đ}).$$

Vậy tổng chi phí là 11445000 đồng.

Chọn A

Câu 45 (VD) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$;

$d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Gọi $M = \Delta \cap d_1$; $N = \Delta \cap d_2$.

Vì $M \in d_1$ nên $M(3-t; 3-2t; -2+t)$, vì $N \in d_2$ nên $N(5-3s; -1+2s; 2+s)$.

$\overrightarrow{MN} = (2+t-3s; -4+2t+2s; 4-t+s)$, (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 3)$;

Vì $\Delta \perp (P)$ nên $\vec{n}, \overrightarrow{MN}$ cùng phương, do đó:

$$\begin{cases} \frac{2+t-3s}{1} = \frac{-4+2t+2s}{2} \\ \frac{-4+2t+2s}{2} = \frac{4-t+s}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(1;-1;0) \\ N(2;1;3) \end{cases}$$

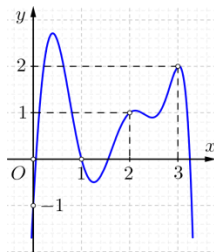
Δ đi qua M và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; 2; 3)$.

Do đó Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Chọn C

Câu 46 (VDC) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số

$g(x) = \left| 2f(x) - (x-1)^2 \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?



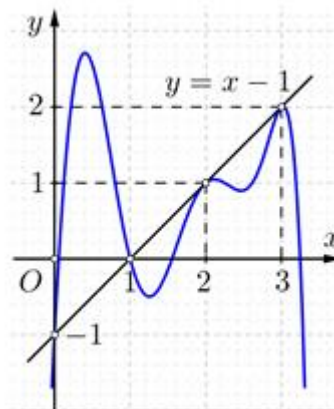
A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7

Giải



Xét hàm số $h(x) = 2f(x) - (x-1)^2$, ta có $h'(x) = 2f'(x) - 2(x-1)$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x-1 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1 \vee x=2 \vee x=3.$$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm $y = h(x)$ có 2 điểm cực trị. Đồ thị hàm số $g(x) = |h(x)|$ nhận có tối đa 5 điểm cực trị.

Chọn B

Câu 47 (VDC) Tập giá trị của x thỏa mãn $\frac{2.9^x - 3.6^x}{6^x - 4^x} \leq 2$ ($x \in \mathbb{R}$) là $(-\infty; a] \cup (b; c]$. Khi đó $(a+b+c)!$ bằng

A. 2

B. 0

C. 1

D. 6

Giải

Điều kiện: $6^x - 4^x \neq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0$.

$$\text{Khi đó } \frac{2.9^x - 3.6^x}{6^x - 4^x} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{2.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 3.\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 2$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, t > 0 \text{ ta được bất phương trình } \frac{2t^2 - 3t}{t - 1} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{2t^2 - 5t + 2}{t - 1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{1}{2} \\ t > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2} \\ 0 < x \leq \log_{\frac{3}{2}} 2 \end{cases}$$

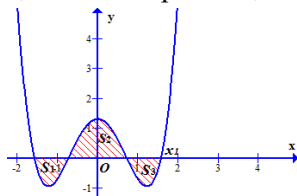
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(-\infty; \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2}\right] \cup \left(0; \log_{\frac{3}{2}} 2\right]$

$$\text{Suy ra } a + b + c = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{3}{2}} 2 = 0.$$

$$\text{Vậy } (a + b + c)! = 1$$

Chọn C

Câu 48 (VDC) Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{2}$ **Giải**

Gọi x_1 là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$, ta có $m = -x_1^4 + 3x_1^2$ (1).

Vì $S_1 + S_3 = S_2$ và $S_1 = S_3$ nên $S_2 = 2S_3$ hay $\int_0^{x_1} f(x) dx = 0$.

$$\text{Mà } \int_0^{x_1} f(x) dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

Do đó, $x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2).$

Từ (1) và (2), ta có phương trình $\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$

Vậy $m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}.$

Chọn B

Câu 49 (VDC) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|+|z-3-2i|=\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z+2i|$ bằng:

A. 10.

B. 5.

C. $\sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Giải

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}).$

Khi đó $|z-1-i|+|z-3-2i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow |(x-1)+(y-1)i|+|(x-3)+(y-2)i|=\sqrt{5} \quad (1).$

Trong mặt phẳng Oxy , đặt $A(1;1); B(3;2); M(a;b).$

$\Rightarrow$ Số phức z thỏa mãn (1) là tập hợp điểm $M(a;b)$ trên mặt phẳng hệ tọa độ Oxy thỏa mãn

$$MA+MB=\sqrt{5}.$$

Mặt khác $AB=\sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{5}$ nên quỹ tích điểm M là đoạn thẳng AB .

Ta có $|z+2i|=|a+(b+2)i|$. Đặt $N(0;-2)$ thì $|z+2i|=MN$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên đường thẳng AB .

Phương trình $AB: x-2y+1=0$.

Ta có $H(-1;0)$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía đối với H .

Ta có
$$\begin{cases} AN=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10} \\ BN=\sqrt{3^2+(2+2)^2}=5 \end{cases}.$$

Vì M thuộc đoạn thẳng AB nên áp dụng tính chất đường xiên và hình chiếu ta có

$$AN \leq MN \leq BN = 5.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z+2i|$ bằng 5 đạt được khi $M \equiv B(3;2)$, tức là $z = 3 + 2i$.

Chọn B

Câu 50 (VDC) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ và

$M(x_0; y_0; z_0) \in (S)$ sao cho $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 1.

Giải

Ta có: $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0 \Leftrightarrow x_0 + 2y_0 + 2z_0 - A = 0$ nên $M \in (P): x + 2y + 2z - A = 0$,

do đó điểm M là điểm chung của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P) .

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và bán kính $R=3$.

Tồn tại điểm M khi và chỉ khi $d(I,(P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|6-A|}{3} \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq A \leq 15$

Do đó, với M thuộc mặt cầu (S) thì $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0 \geq -3$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi M là tiếp điểm của $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ với (S) hay M là hình chiếu

của I lên (P) . Suy ra $M(x_0; y_0; z_0)$ thỏa:
$$\begin{cases} x_0 + 2y_0 + 2z_0 + 3 = 0 \\ x_0 = 2 + t \\ y_0 = 1 + 2t \\ z_0 = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \\ z_0 = -1 \end{cases}$$

Vậy $\Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -1$.

Chọn B